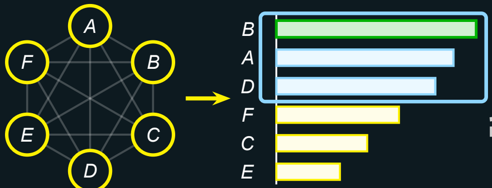


תרגול 11 - דירוג ובחירה

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן *t*-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

מספר ההשוואות גדל מהר:

$$\binom{K}{2}$$

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

מספר ההשוואות גדל מהר:

$$\binom{K}{2}$$

לפי בונפרוני, לכל השוואה נקבל α_i קטן יותר.

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

מספר ההשוואות גדל מהר:

$$\binom{K}{2}$$

לפי בונפרוני, לכל השוואה נקבל α_i קטן יותר.

α_i קטן יותר גורם לרווח סמך רחב יותר.

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

מספר ההשוואות גדל מהר:

$$\binom{K}{2}$$

לפי בונפרוני, לכל השוואה נקבל α_i קטן יותר.

α_i קטן יותר גורם לרווח סמך רחב יותר.

רווח סמך רחב יותר מקשה להכריע בין חלופות.

השוואה בזוגות - לא יעיל

בתרגול הקודם ראינו איך להשוות בין שתי חלופות באמצעות מבחן Welch או מבחן t-מזווג.

אבל כאשר יש הרבה חלופות, השוואה בזוגות נהיית בעייתית.

מספר ההשוואות גדל מהר:

$$\binom{K}{2}$$

לפי בונפרוני, לכל השוואה נקבל α_i קטן יותר.

α_i קטן יותר גורם לרווח סמך רחב יותר.

רווח סמך רחב יותר מקשה להכריע בין חלופות.

המטרה
במקום להשוות את כל הזוגות, נשתמש בשיטות של דירוג ובחירה.

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott .

נניח שיש לנו K חלופות.

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott .

נניח שיש לנו K חלופות.

במקום לשאול על כל זוג חלופות, נשאל שאלת בחירה:

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott.

נניח שיש לנו K חלופות.

במקום לשאול על כל זוג חלופות, נשאל שאלת בחירה:

בחירת החלופה הטובה ביותר מבין K חלופות.

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott .

נניח שיש לנו K חלופות.

במקום לשאול על כל זוג חלופות, נשאל שאלת בחירה:

- בחירת החלופה הטובה ביותר מבין K חלופות.
- בחירת תת-קבוצה בגודל M שמכילה חלופה טובה מאוד.

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott .

נניח שיש לנו K חלופות.

במקום לשאול על כל זוג חלופות, נשאל שאלת בחירה:

בחירת החלופה הטובה ביותר מבין K חלופות.

בחירת תת-קבוצה בגודל M שמכילה חלופה טובה מאוד.

בחירת M החלופות הכי טובות מתוך K חלופות.

דירוג ובחירה

שיטת הדירוג של Rinott .

נניח שיש לנו K חלופות.

במקום לשאול על כל זוג חלופות, נשאל שאלת בחירה:

- בחירת החלופה הטובה ביותר מבין K חלופות.
- בחירת תת-קבוצה בגודל M שמכילה חלופה טובה מאוד.
- בחירת M החלופות הכי טובות מתוך K חלופות.

הנחות בסיסיות

- כל ההרצות בלתי תלויות - בין ריצות ובין חלופות.
- נניח נורמליות עבור התפלגות ערכי המדדים.

בחירת החלופה הטובה מבין K חלופות

נגדיר:

P^* ההסתברות לכך שהחלופה שנבחרה היא באמת הטובה ביותר.

בחירת החלופה הטובה מבין K חלופות

נגדיר:

P^* ההסתברות לכך שהחלופה שנבחרה היא באמת הטובה ביותר.

d^* הפער מהערך הטוב ביותר האמיתי שאנחנו מוכנים לקבל.

בחירת החלופה הטובה מבין K חלופות

נגדיר:

P^* ההסתברות לכך שהחלופה שנבחרה היא באמת הטובה ביותר.

d^* הפער מהערך הטוב ביותר האמיתי שאנחנו מוכנים לקבל.

n_0 מספר הריצות ההתחלתי עבור כל חלופה (20 כלל אצבע).

בחירת החלופה הטובה מבין K חלופות

נגדיר:

P^* ההסתברות לכך שהחלופה שנבחרה היא באמת הטובה ביותר.

d^* הפער מהערך הטוב ביותר האמיתי שאנחנו מוכנים לקבל.

n_0 מספר הריצות ההתחלתי עבור כל חלופה (20 כלל אצבע).

שלב ראשון

מריצים כל חלופה n_0 פעמים, ומחשבים לכל חלופה:

$$\bar{X}_i^{(1)}(n_0), \qquad S_i^2(n_0)$$

בחירת החלופה הטובה - מספר ריצות

לאחר הריצות הראשוניות נחשב מספר ריצות נדרש לכל חלופה:

$$N_i = \max\left\{ n_0 + 1,\ \left\lceil \frac{h_1^2 S_i^2}{(d^*)^2} \right\rceil \right\}$$

בחירת החלופה הטובה - מספר ריצות

לאחר הריצות הראשוניות נחשב מספר ריצות נדרש לכל חלופה:

$$N_i = \max\left\{n_0 + 1,\ \left\lceil \frac{h_1^2 S_i^2}{(d^*)^2} \right\rceil\right\}$$

כאשר:

h_1 מתקבל מטבלה לפי K, P^* ו-n_0.

S_i^2 היא השונות מהמדגם הראשוני.

d^* הוא הדיוק המינימלי שמוכנים לקבל.

בחירת החלופה הטובה - מספר ריצות

לאחר הריצות הראשוניות נחשב מספר ריצות נדרש לכל חלופה:

$$N_i = \max\left\{n_0 + 1,\ \left\lceil \frac{h_1^2 S_i^2}{(d^*)^2} \right\rceil\right\}$$

כאשר:

h_1 מתקבל מטבלה לפי K, P^* ו-n_0.

S_i^2 היא השונות מהמדגם הראשוני.

d^* הוא הדיוק המינימלי שמוכנים לקבל.

אם מתקבל:

$$N_i > n_0$$

נריץ את חלופה i עוד $N_i - n_0$ פעמים.

בחירת החלופה הטובה - ממוצע משוקלל

אחרי הריצות הנוספות נקבל ממוצע חדש:

$$\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0),$$

בחירת החלופה הטובה - ממוצע משוקלל

אחרי הריצות הנוספות נקבל ממוצע חדש:

$$\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0),$$

נחשב משקל לממוצע הראשוני:

$$W_{i1} = \frac{n_0}{N_i}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{N_i}{n_0}\left(1 - \frac{(N_i - n_0)(d^*)^2}{h_1^2 S_i^2}\right)}\right]$$

בחירת החלופה הטובה - ממוצע משוקלל

אחרי הריצות הנוספות נקבל ממוצע חדש:

$$\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0),$$

נחשב משקל לממוצע הראשוני:

$$W_{i1} = \frac{n_0}{N_i}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{N_i}{n_0}\left(1 - \frac{(N_i - n_0)(d^*)^2}{h_1^2 S_i^2}\right)}\right]$$

ואת המשקל השני:

$$W_{i2} = 1 - W_{i1}$$

בחירת החלופה הטובה - ממוצע משוקלל

אחרי הריצות הנוספות נקבל ממוצע חדש:

$$\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0),$$

נחשב משקל לממוצע הראשוני:

$$W_{i1} = \frac{n_0}{N_i}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{N_i}{n_0}\left(1 - \frac{(N_i - n_0)(d^*)^2}{h_1^2 S_i^2}\right)}\right]$$

ואת המשקל השני:

$$W_{i2} = 1 - W_{i1}$$

ולבסוף נבחר את החלופה עם הממוצע המשוקלל הטוב ביותר:

$$\tilde{X}_i(N_i) = W_{i1}\bar{X}_i^{(1)} + W_{i2}\bar{X}_i^{(2)}$$

השוואה בין חלופות שיטה 2

בחירת M חלופות המכילות את החלופה הטובה ביותר-

השוואה בין חלופות שיטה 2

בחירת M חלופות המכילות את החלופה הטובה ביותר-

אותו דבר עם h_2.

השוואה בין חלופות שיטה 2

בחירת M חלופות המכילות את החלופה הטובה ביותר-

אותו דבר עם h_2.

1. $N_i = \max\left\{n_0 + 1, \left\lceil \frac{{h_2}^2 S_i^2}{(d^*)^2} \right\rceil\right\}$
2. $\bar{X}_i^{(1)}(n_0)$
3. $W_{i1} = \frac{n_0}{N_i}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{N_i}{n_0}\left(1 - \frac{(N_i - n_0)(d^*)^2}{h_1^2 S_i^2}\right)}\right]$
4. $\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0)$
5. $W_{i2} = 1 - W_{i1}$
6. $\tilde{X}_i(N_i) = W_{i1}\bar{X}_i^{(1)} + W_{i2}\bar{X}_i^{(2)}$
7. בוחרים את הM הכי טובים.

השוואה בין חלופות שיטה 3

בחירת M החלופות הטובות ביותר-

השוואה בין חלופות שיטה 3

בחירת M החלופות הטובות ביותר-

אותו דבר עם h_3.

השוואה בין חלופות שיטה 3

בחירת M החלופות הטובות ביותר-

אותו דבר עם h_3.

$$N_i = \max\left\{n_0 + 1,\ \left\lceil \frac{{h_3}^2 S_i^2}{(d^*)^2} \right\rceil\right\}$$ 1

$$\bar{X}_i^{(1)}(n_0)$$ 2

$$W_{i1} = \frac{n_0}{N_i}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{N_i}{n_0}\left(1 - \frac{(N_i - n_0)(d^*)^2}{h_1^2 S_i^2}\right)}\right]$$ 3

$$\bar{X}_i^{(2)}(N_i - n_0)$$ 4

$$W_{i2} = 1 - W_{i1}$$ 5

$$\tilde{X}_i(N_i) = W_{i1}\bar{X}_i^{(1)} + W_{i2}\bar{X}_i^{(2)}$$ 6

7 בוחרים את הM הכי טובים.

דוגמה - מבחן Welch

הרשת "נייר הכסף" מפעילה שלושה סניפים בקיבוצים שונים ברחבי הארץ. ברצוננו לבדוק האם קיים הבדל מובהק במכירות היומיות הממוצעות בין הסניפים. להלן מספר הספרים שנמכר בכל יום בכל אחד מהסניפים:

יום	סניף 1	סניף 2	סניף 3
1	5	2	5
2	3	6	5
3	10	2	1
4	5	3	2
5	4	3	4
6	7	5	2
7	8	1	2
8	5	4	6
9	6	3	5
10	9	7	3
11	11	3	2
12	6	4	8
13	9	5	3

דוגמה - מבחן Welch

איזה סניף מנצח? בצעו ניתוח סטטיסטי שלם ברמת ביטחון של 88%. ציינו בכמה המנצח טוב מהאחרים?

נבדוק האם ניתן להשתמש בוולש, הנחות המבחן הן:

- אין תלות בין הימים בכל חלופה בפני עצמה.
- אין תלות בין החלופות.
- התוצאות מתפלגות נורמלית.

נבצע השוואה בזוגות, סה״כ 3 השוואות (מדד אחד × שלוש חלופות).

וברמת ביטחון כוללת של 88% נקבל:

$$\alpha_{\text{total}} = 0.12, \qquad \alpha_i = \frac{0.12}{3} = 0.04$$

דוגמה - מבחן Welch

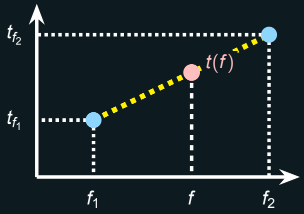
נחשב את דרגות החופש f, כדי למצוא את ערך t מטבלת t.

$$\hat{f} = \frac{\left[\frac{S_1^2(n_1)}{n_1} + \frac{S_2^2(n_2)}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2(n_1)}{n_1}\right]^2}{n_1-1} + \frac{\left[\frac{S_2^2(n_2)}{n_2}\right]^2}{n_2-1}} = 21.37$$

מאחר ודרגות החופש אינן מספר שלם, נבצע קירוב לינארי לפי טבלת t:

$$t(21.37) = 2.189 + \frac{21.37-21}{22-21}\cdot(2.183-2.189) = 2.186$$

$$t(f) \approx t_{f_1} + \frac{f-f_1}{f_2-f_1}\left(t_{f_2}-t_{f_1}\right)$$



דוגמה - מבחן Welch

$$\bar{x}_1(n_1) - \bar{x}_2(n_2) \pm t_{\hat{f},\, 1-\frac{\alpha_i}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2(n_1)}{n_1} + \frac{S_2^2(n_2)}{n_2}}$$

$$= 6.76 - 3.692 \pm 2.189\sqrt{\frac{6.02}{13} + \frac{2.9}{13}} \Rightarrow [1.2708,\ 4.883]$$

המדד הוא מדד מקסימום ולכן נרצה את החלופה בעלת הערך הגבוה יותר.

חלופה 1 מול חלופה 3: הרווח המתקבל הינו $[1.165,\ 4.988]$

הרווח חיובי כלומר חלופה 1 עדיפה.

חלופה 2 מול חלופה 3: הרווח המתקבל הינו $[-1.58,\ 1.58]$

0 נמצא ברווח ולכן ישנה אדישות בין החלופות.

לסיכום סניף מספר 1 הוא הסניף הטוב ביותר,

הוא עדיף על 2 ב- $[1.2708,\ 4.883]$ ועל 3 ב- $[1.165,\ 4.988]$.